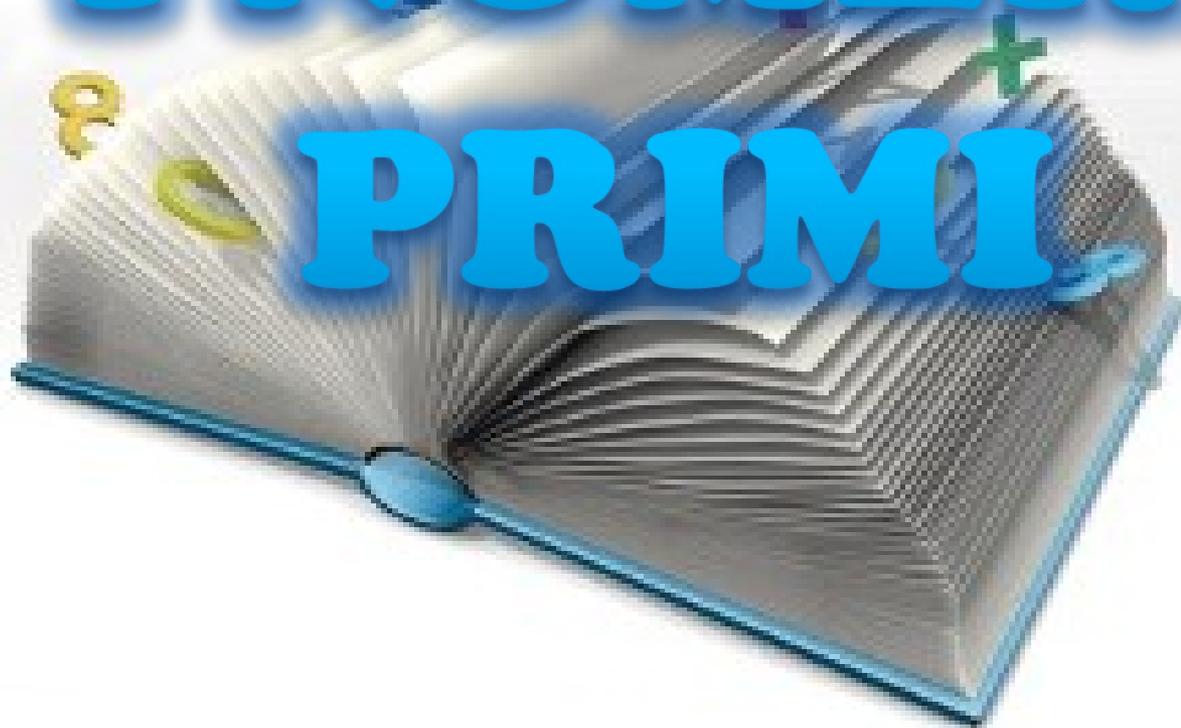
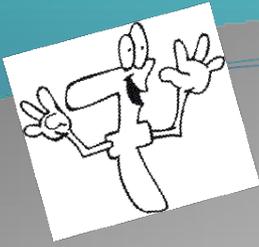




# I NUMERI PRIMI



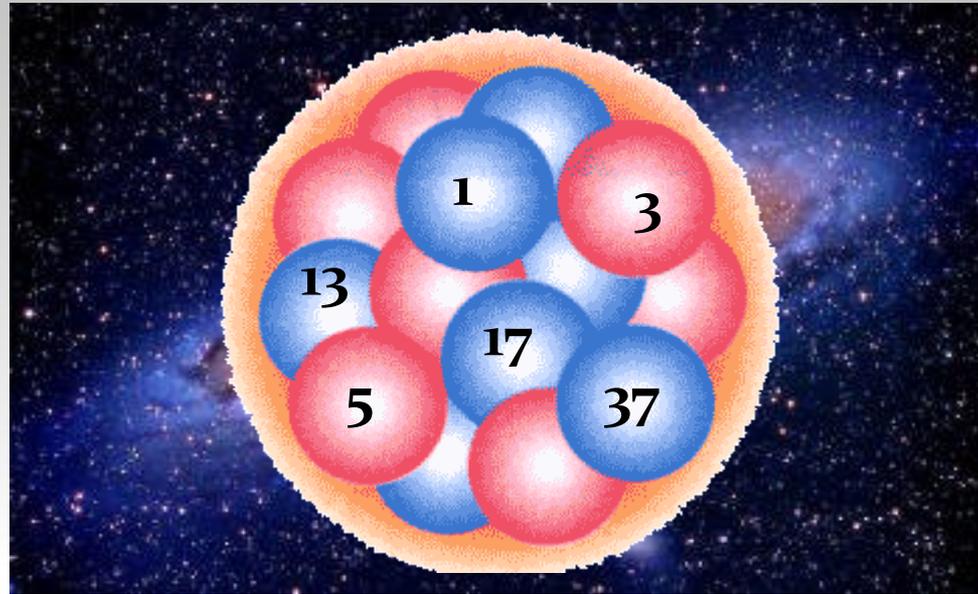


Un numero primo è un numero naturale maggiore di 1 che sia divisibile solamente per 1 e per sé stesso. L'unico numero pari primo è 2, in quanto tutti gli altri sono divisibili per 2.



Ma non sono numeri qualsiasi, sono gli "atomi dell'aritmetica",  
gli elementi di base con cui si costruiscono tutti gli altri  
numeri naturali.

Nel 1866 il  
matematico tedesco  
Bernhard Riemann  
lasciava l'amata  
patria per rifugiarsi  
in Italia,  
abbandonando  
numerosi appunti,  
chiarimenti ed  
enigmi sui numeri  
primi. Poi purtroppo  
persi nel tempo.



Nel 1742  
Goldbach  
formulava una  
congettura sui  
numeri primi

Nell'universo razionale della matematica,  
i numeri primi, si susseguono con un  
ritmo inafferrabile, apparentemente

# Numeri primi

```
graph TD; A[Numeri primi] --- B[Ipotesi di Riemann]; A --- C[In natura ..]; A --- D[La Conggettura di Goldbach]; C --- E[La cicale e i numeri primi]; C --- F[Le stelle marine];
```

Ipotesi di Riemann

In  
natura ..

La  
Conggettura  
di Goldbach

La cicale e i  
numeri  
primi

Le stelle  
marine

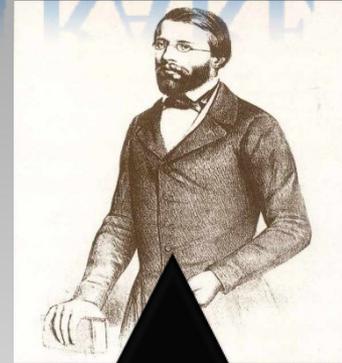


# Due teorie a confronto

# L'IPOTESI DI RIEMANN: UNA TESI ANCORA DA DIMOSTRARE

L'ipotesi di Riemann rappresenta uno degli ultimi passi nello studio dei numeri primi, che fa risalire le sue origini ai lontani tempi di Euclide che fu il primo a dare una definizione rigorosa del concetto di primarietà, dimostrando l'infinità dell'insieme degli stessi.

Riemann affrontò l'argomento secondo una prospettiva che già fu di Gauss, la quale prevedeva non la ricerca di una formula unica che fosse in grado di fornire, al variare di uno o più parametri iniziali, tutti i numeri primi, bensì la definizione della funzione  $\pi(x)$  (pi greco) che fornisce al variare di  $x$  il numero di primi compresi fra 0 e la stessa  $x$ .

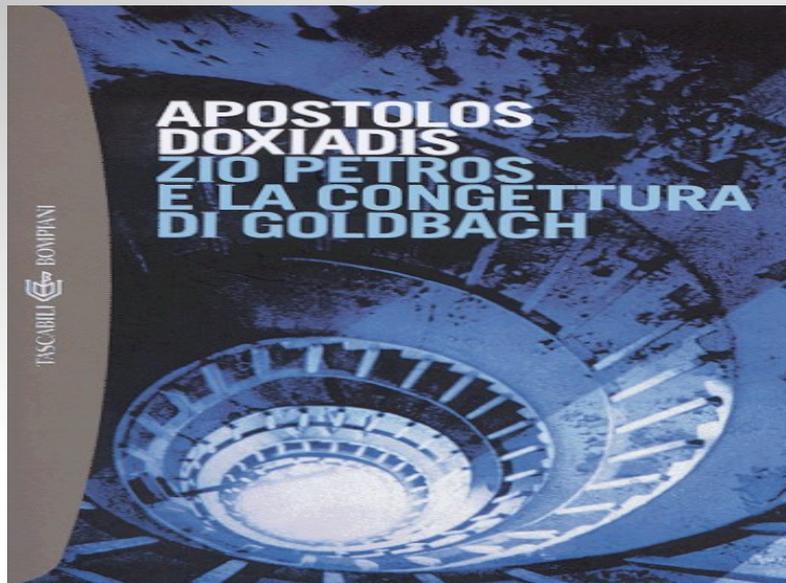


Tutto era strettamente interconnesso con la funzione zeta, alla quale già si era interessato Eulero, estesa al campo complesso. L'ipotesi di Riemann dichiara che "tutti gli zeri complessi della funzione Zeta hanno parte reale  $1/2$ ". Il legame coi numeri primi emerge dalla formulazione data da Riemann della funzione  $\pi$ , tra i cui parametri vi è anche una variabile legata agli zeri complessi della stessa funzione zeta.

# La congettura di Goldbach

Intorno al 1930 furono compiuti alcuni progressi.

Dapprima, nel 1937, Ivan Vinogradov dimostrò che ogni numero dispari  $n > 3^{315}$  è somma di tre primi, e che *quasi tutti* i numeri pari possono essere scritti come somma di due primi (nel senso che la frazione dei numeri che possono essere scritti in tal modo tende ad 1). In particolare, l'insieme dei numeri che non soddisfano le ipotesi di Vinogradov ha densità 0.



Nel 1938, T. Estermann mostrò che quasi tutti i numeri pari possono essere scritti come somma di due primi, e N. Pipping verificò laboriosamente la congettura per tutti gli  $n \leq 10\,000$ . Successivamente L.G. Schnirelmann provò nel 1939 che ogni numero pari  $n \geq 4$  può essere scritto come somma di al più 300 000 numeri primi. Questo numero è stato successivamente abbassato da numerosi ricercatori. Il risultato più forte attualmente disponibile, dimostrato da Olivier Ramaré nel 1995, è che ogni numero pari  $n \geq 4$  si può scrivere come somma di al più 6 numeri primi.

Alla congettura di Goldbach Chen Jingrun mostrò nel 1966 che ogni numero pari abbastanza grande può essere scritto come somma o di due primi, o di un primo ed un semiprimo (il prodotto di due primi per esempio,  $100 = 23 + 7 \cdot 11$ ).

H.A. Pogorzelski diffuse una dimostrazione della congettura nel 1977, che però non è generalmente accettata nella comunità matematica

T. Oliveira e Silva gestiscono un progetto di calcolo distribuito che, al 24 marzo 2010, ha verificato la congettura fino a  $16 \cdot 10^{17}$ , e l'intervallo tra  $18 \cdot 10^{17}$  e  $20 \cdot 10^{17}$ .



# Numeri primi in natura

In natura compaiono molti numeri, ed è quindi inevitabile che alcuni di essi siano primi.

Sono tuttavia relativamente pochi gli esempi di numeri la cui presenza in natura si spieghi con la loro primalità.

Per la maggior parte, le stelle marine hanno 5 braccia, e 5 è un numero primo.

Non è nota alcuna però connessione tra questo numero di braccia e la primalità di 5.

Il motivo della simmetria a 5 braccia caratteristico delle stelle marine e di altri echinodermi rimane un mistero.



Le cicale periodiche, o *Magicicada septendecim*, sono gli insetti con il ciclo vitale più lungo.

Esso si svolge per 17 anni sotto terra allo stadio di larva, poi le cicale adulte emergono dal terreno solo a intervalli di 13 o 17 anni.

Si accoppiano

Depongono le uova

E muoiono



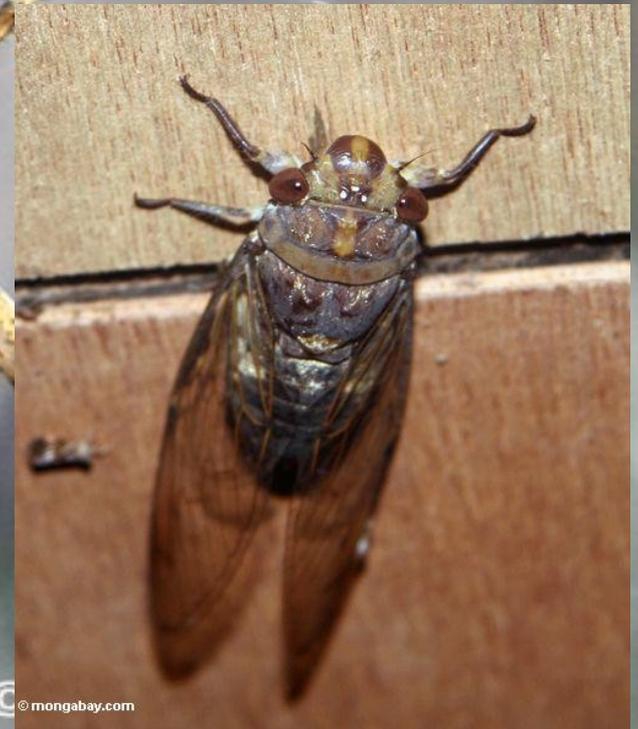
Ma perché  
proprio 13  
o 17 anni?

Che cosa  
c'entra con la  
matematica?



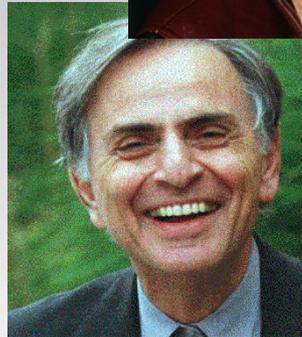
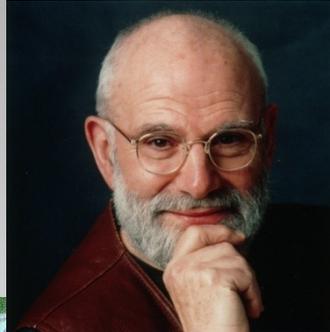
**Sebbene esile, questo vantaggio evolutivo sembra essere stato sufficiente a selezionare cicale il cui periodo è di 13 o 17 anni.**

**Si pensa, che, il motivo per cui l'intervallo di tempo è un numero primo di anni sia la difficoltà per un predatore di evolversi specializzandosi nella predazione delle Magicicada.**



I numeri primi hanno influenzato molti artisti e scrittori. Il compositore francese Olivier Messiaen era ossessionato da tali numeri e li utilizzò per creare musica non metrica.

Con l'obiettivo di dare l'idea dell'eternità, Messiaen accostò infatti un tema di 17 note ad un tema di 29 note. Essendo primi entrambi i numeri, i temi si ripetono insieme solo dopo  $17 \cdot 29 = 493$  note.



I numeri primi svolgono un ruolo anche in alcuni libri. Come nel romanzo di fantascienza *Contact* di Carl Sagan e nel saggio *L'uomo che scambiò sua moglie per un cappello* del neurologo Oliver Sacks.

Vi sono riferimenti ai numeri primi anche nel romanzo di Mark Haddon *Lo strano caso del cane ucciso a mezzanotte* di Paolo Giordano *La solitudine dei numeri primi*,

# Lavoro eseguito da .....

Manuel Orsino



Serena Venditto



Giovanni  
Varrone



Marialucia  
Coletta



Salvatore  
Formisano



Mariateresa  
Possemato

