



VII GARA DI MATEMATICA CON LE TECNOLOGIE
SELEZIONE – 25 NOVEMBRE 2010

DURATA ORE 2:00

QUESITI A RISPOSTA MULTIPLA

Una sola risposta è esatta fra le 4 proposte per ciascun quesito. Ogni risposta esatta vale 3 punti, ogni risposta non data 0 punti, ogni risposta errata comporta una penalità di 1 punto.

Le risposte vanno inserite nel file Excel allegato, a cura dell'insegnante, il quale curerà anche di immettere l'ora di consegna.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
C	C	D	B	B	B	1026	716	0,126	0,337

1. Quanti fra i quadrati dei numeri interi da 1 a 2010, hanno divisori la cui somma è anch'essa un quadrato perfetto?

A. 0 B. almeno 1 ma meno di 5 C. **6** D. Più di 10

$$\text{SELECT}(\text{INTEGER?}(\sqrt{(\sum(\text{DIVISORS}(n^2)))}), n, 1, 2010)$$

[1, 9, 20, 180, 1306, 1910]

2. Quanto vale la somma dei perimetri di tutti i triangoli rettangoli i cui lati sono misurati da numeri interi e i cui cateti sono numeri interi consecutivi minori o uguali a 2010?

A. Meno di 1000 B. Fra 1000 e 2000 C. **Fra 2000 e 3000** D. Più di 3000

$$\text{SELECT}(\text{INTEGER?}(\sqrt{(n^2 + (n + 1)^2)}), n, 1, 2009)$$

[3, 20, 119, 696]

$$\sum(n + (n + 1) + \sqrt{(n^2 + (n + 1)^2)}), n, [3, 20, 119, 696])$$

2868

3. Quanti numeri primi minori di 2010 hanno 7 come cifra delle unità?

A. 7 B. 17 C. 57 D. **77**

```

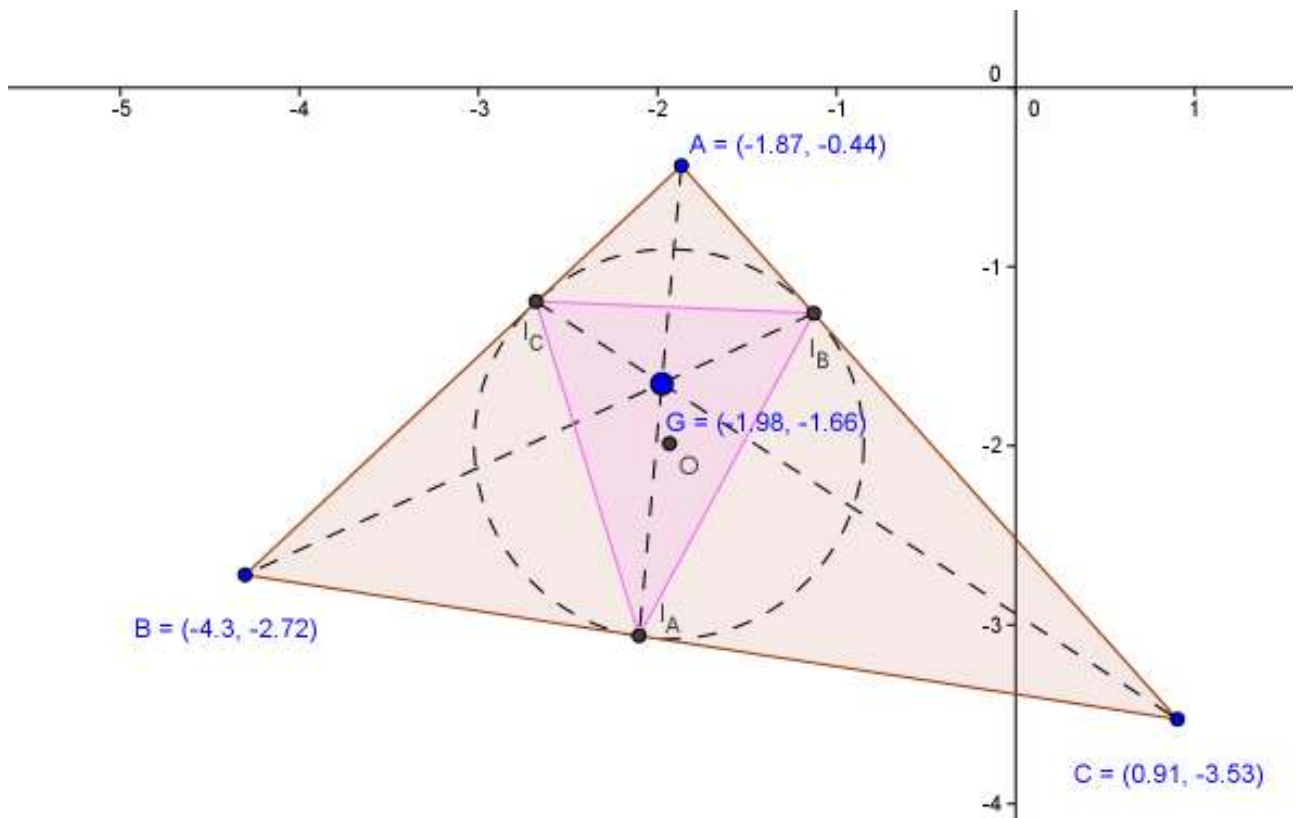
a := SELECT(PRIME?(n), n, 1, 2010)
SELECT(MOD(n, 10) = 7, n, a)
[7, 17, 37, 47, 67, 97, 107, 127, 137, 157, 167, 197, 227, 257, 277, 307, 317, 337, 347, 367,
 397, 457, 467, 487, 547, 557, 577, 587, 607, 617, 647, 677, 727, 757, 787, 797, 827, 857, 877,
 887, 907, 937, 947, 967, 977, 997, 1087, 1097, 1117, 1187, 1217, 1237, 1277, 1297, 1307, 1327,
 1367, 1427, 1447, 1487, 1567, 1597, 1607, 1627, 1637, 1657, 1667, 1697, 1747, 1777, 1787,
 1847, 1867, 1877, 1907, 1987, 1997]

DIM(SELECT(MOD(n, 10) = 7, n, a))

```

77

4. In un triangolo ABC i segmenti che congiungono i vertici con i punti che i lati opposti hanno in comune con l'incirchio si incontrano in un punto, detto di Gergonne. Determinare il punto di Gergonne del triangolo di vertici A (-1,87; -0,44); B (-4,30; -2,72); C (0,91; -3,53)?
 A. G (-1,75; 2,14) **B. (-1,98; -1,66)**; C. (-2,13; -1,42) D. (-1,88; -1,55)



5. Giorgio vuole acquistare una casa dal costo di 125000 euro, ma ha a disposizione solo 100000 euro. Piuttosto che accendere un mutuo, acquista dei certificati di deposito della durata decennale al 4,15% annuo con capitalizzazione composta, ossia l'interesse maturato alla fine dell'anno viene aggiunto al capitale. Così per esempio il primo anno il 4,15% si calcola su 100000 euro, mentre il secondo anno su 104150 euro, e così via. Tenuto conto che alla fine dei 10 anni dovrà pagare un'imposta del 12,50% sul totale degli interessi maturati (ossia ciò che supera 100000 euro) e che la casa aumenta il suo costo ogni anno solo della percentuale di

inflazione. Supposto che l'inflazione annua sia sempre la stessa per ognuno dei 10 anni, quanto dovrebbe essere al massimo tale valore costante, perché Giorgio possa acquistare la casa? (Valore espresso con 3 decimali)

A. 1,002% **B. 1,014%** C. 2,034% D. 3,123%

Capitale maturato dopo 10 anni

$$100000 \cdot 1.0415^{10}$$

$$1.501733064 \cdot 10^5$$

Interesse maturato

$$1.501733064 \cdot 10^5 - 100000$$

$$5.01733064 \cdot 10^4$$

Interesse al netto delle tasse

$$5.01733064 \cdot 10^4 \cdot 0.875$$

$$4.39016431 \cdot 10^4$$

Capitale netto

$$100000 + 4.39016431 \cdot 10^4$$

$$1.439016431 \cdot 10^5$$

Inflazione massima annua

$$\text{SOLVE}(125000 \cdot x^{10} = 1.439016431 \cdot 10^5 \wedge x > 0, x, \text{Real})$$

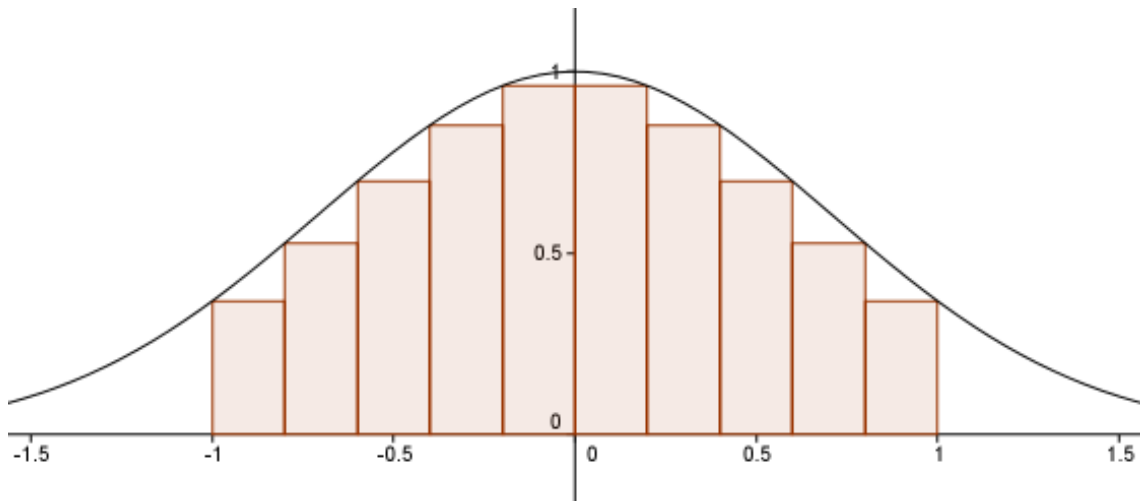
$$x = 1.014181242$$

Controllo

$$125000 \cdot 1.014^{10}$$

$$1.436446855 \cdot 10^5$$

6. Per calcolare un valore approssimato dell'area delimitata dalla curva di equazione $y = e^{-x^2}$ e dalle ascisse -1 e 1, procediamo come mostrato in figura, in cui abbiamo inscritto 10 rettangoli di uguale base e ne abbiamo calcolato le aree. Per una migliore precisione inseriamo 2010 rettangoli. Quanto vale tale valore, con la precisione al terzo decimale?



A. Meno di 1 **B.1,493** C.1,932 D. Più di 2

$$\frac{2}{2010} \cdot \sum_{a=0}^{2009} e^{-(-1 + a/2010)^2}$$

1.493333747

QUESITI A RISPOSTA NUMERICA

La risposta è formata da un numero intero o decimale. Ogni risposta esatta o parzialmente esatta è valutata da 0 a 5 punti, ogni risposta non data 0 punti, ogni risposta del tutto errata comporta una penalità di 1 punto.

7. La formula $x^2 + x + 41$ è l'espressione polinomiale che fornisce maggiori numeri primi, sostituendo a x numeri interi. Per quanti valori interi assegnati a x , da 1 a 2010, si ottengono numeri primi?

$$\text{DIM}(\text{SELECT}(\text{PRIME?}(x^2 + x + 41), x, 1, 2010))$$

1026

8. Consideriamo la seguente funzione applicata ai numeri interi n . Se n è pari gli associamo il resto della divisione di n^2 per 2003; se è dispari ma non è multiplo di 3 gli associamo il resto della divisione di n^3 per 2011; altrimenti gli associamo il resto della divisione di n^5 per 2017. Se partiamo da 2010 otteniamo il resto di $2010^2 : 2003 = 49$. Applichiamo la funzione a 49 ottenendo 1011. Se continuiamo ad applicare la funzione a ogni valore ottenuto per un totale di 2010 volte, che numero otteniamo alla fine?

```

effe(n, m) :=
  Prog
  i := 0
  Loop
  i := i + 1
  If i = m + 1
  RETURN n
  If MOD(n, 2) = 0
  n := MOD(n^2, 2003)
  If MOD(n, 3) ≠ 0
  n := MOD(n^3, 2011)
  n := MOD(n^5, 2017)

effe(2010, 2010)

```

9. Nella tabella seguente sono indicate le fonti primarie utilizzate dall’Enel nel 2009, per produrre energia elettrica con le relative percentuali e le variazioni del prezzo del 2010 rispetto all’anno precedente

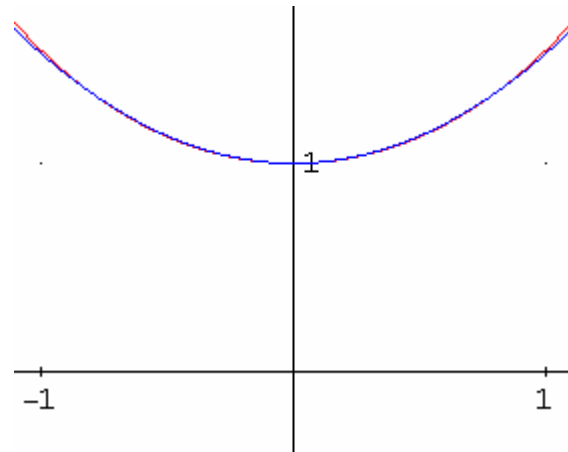
Tipo di fonte	Fonti rinnovabili	Carbone	Gas Naturale	Prodotti Petroliiferi	Nucleare	Altre fonti
Percentuale	31,5%	13,1%	43,5%	4,3%	1,5%	6,1%
Variazione	-3,15%	+1,17%	+4,32%	+7,12%	-4,34%	-11,54%

Se il prezzo medio di un KWh, nel 2008 è stato di € 0,1253, quale dovrebbe essere il prezzo del 2010? (Approssimato al quarto decimale)

Calcoliamo l’apporto percentuale di ciascuna variazione

Tipo di fonte	Fonti rinnovabili	Carbone	Gas Naturale	Prodotti Petroliiferi	Nucleare	Altre fonti		Prezzo medio Kwh
Percentuale	31,50%	13,10%	43,50%	4,30%	1,50%	6,10%	100,00%	0,1253
Variazione	-3,15%	1,17%	4,32%	7,12%	-4,34%	-11,54%		
Apporto %	-0,0099	0,0015	0,0188	0,0031	-0,0007	-0,0070	0,0058	0,1260

10. In figura abbiamo rappresentato, in rosso, la catenaria di equazione $y = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$ e in blu, una parabola di equazione $y = 0,527x^2 + 1$. Le due curve sono “abbastanza” somiglianti. Misuriamo la loro “diversità”, come valore assoluto della differenza delle ordinate dei punti le cui ascisse dividono in 100 parti uguali l’intervallo $[-1,1]$. Quanto vale tale valore con 3 cifre dopo la virgola?



$$\Sigma \left[\text{VECTOR} \left(\left(\frac{e^x + e^{-x}}{2} - 0.527 \cdot x^2 - 1 \right), x, -1, 1, 0.02 \right) \right]$$

0.3370180983